

che si ottiene dalla (2.8-1), moltiplicando numeratore e denominatore per  $n$ .

È da osservare che nel caso della regolazione della velocità angolare di un gruppo, il valore medio  $n$  della velocità angolare non può essere definito che come media aritmetica dei valori  $n_{\max}$  ed  $n_{\min}$ , dal momento che la velocità angolare varia tra questi due estremi in maniera non definita: per questo motivo la (2.8-2) è una relazione da considerarsi esatta.

La regolazione descritta viene indicata come "regolazione della velocità angolare del gruppo": essa deve essere effettuata con continuità e quindi non può che essere automatica (non manuale), nel senso che deve essere realizzata da un apparecchio, che "senta" la velocità angolare del gruppo ed in funzione di questa grandezza sia in grado di "posizionare", nella maniera opportuna, l'organo che regola l'immissione del fluido nel motore.

L'apparecchio, che svolge le funzioni suddette, prende il nome di "regolatore di velocità": esso può essere realizzato per via elettronica in vari modi, ma ancora oggi si utilizzano a questo scopo regolatori meccanici, spesso preferiti sia per la semplicità di manutenzione che per l'affidabilità che li caratterizza.

Nei paragrafi che seguono limiteremo la nostra attenzione ai regolatori di velocità meccanici.

## 2.9 I regolatori centrifughi

Nei regolatori centrifughi si utilizza la forza centrifuga, che agisce sulle "masse attive" del regolatore, per spostare l'organo che regola la quantità di fluido che perviene alla macchina motrice del gruppo.

I regolatori centrifughi si distinguono in regolatori a contrappeso e regolatori a molla.

Tra i regolatori a contrappeso si ricordano il regolatore di Watt (v. fig.2.9-1,a), il regolatore di Porter (v. fig.2.9-1,b), il regolatore di Proell (v. fig.2.9-1,c): in tutti questi regolatori le "forze antagoniste", che si oppongono alla forza centrifuga  $C$ , sono costituite da forze peso, quali la forza peso  $Q$  del collare (v. fig.2.9-1) e la forza peso  $P$  delle masse attive.

Il regolatore di Watt, che può essere considerato il prototipo (ormai in disuso) dei regolatori a contrappeso, è costituito (v. fig.2.9-1,a) da due masse attive  $m$ , ciascuna disposta all'estremità di un'asta rigida  $r$ ; le due aste sono incernierate alle estremità  $A$  di una piccola traversa  $t$ , solidale all'albero  $a$  del regolatore, mosso dalla macchina da regolare.

Su tale albero scorre il collare  $c$  del regolatore, collegato alle aste  $r$  mediante due biellette  $b$ .

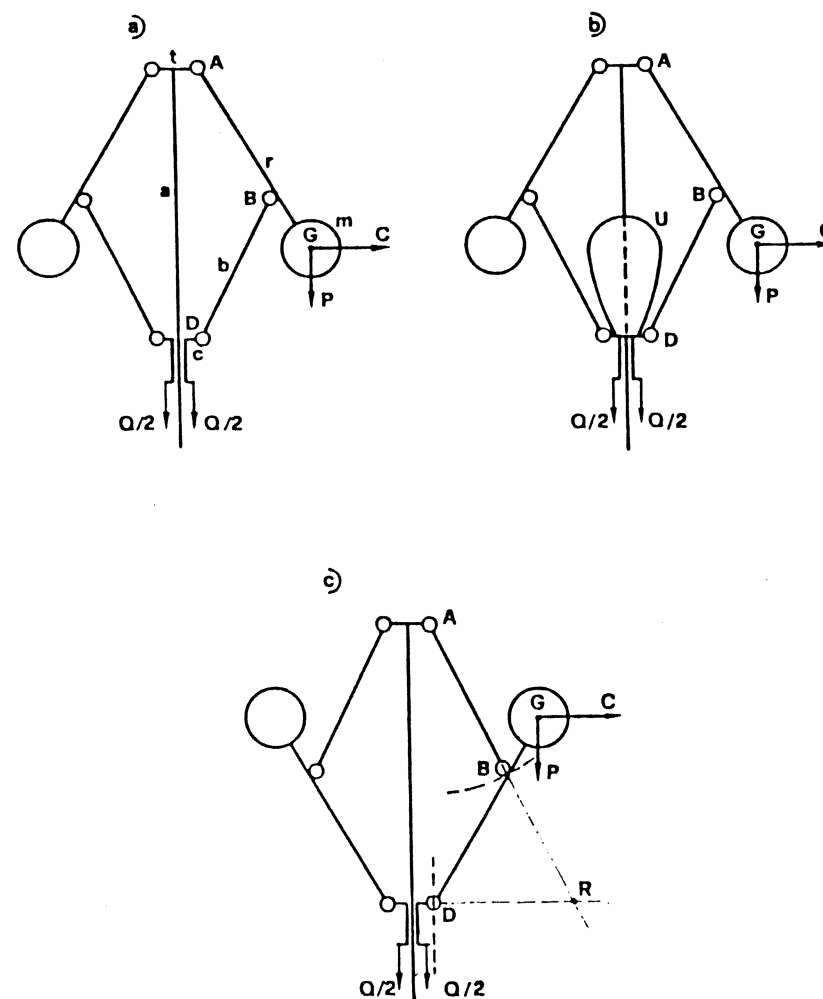


Fig.2.9-1

Durante la rotazione dell'albero  $a$ , le forze centrifughe, agenti sulle masse attive, spostano il collare verso l'alto, vincendo le forze "antagoniste", dovute al peso  $P$  delle masse attive, ed al peso  $Q$  del collare: sotto l'azione delle forze suddette, il collare assume una posizione, che è funzione della velocità angolare dell'albero  $a$  del regolatore e quindi di quella del gruppo.

Gli spostamenti del collare sono utilizzati per spostare in maniera opportuna la valvola che regola il fluido, che alimenta la macchina motrice.

Nel regolatore di Porter (v. fig.2.9-1,b) un'urna  $U$  è resa solidale al collare: l'urna è in pratica un recipiente, nel quale possono essere aggiunti

dei pesi di piombo: in questo modo è possibile far variare il peso  $Q$  del collare e quindi la velocità angolare di funzionamento del regolatore.

Nel regolatore di Proell (v. fig.2.9-1,c) le masse attive  $m$  sono disposte su un prolungamento delle aste  $DB$ ; ciascuna di tali aste è incernierata in un punto  $D$  del collare e quindi, non avendo un fulcro fisso come nel caso dei regolatori già ricordati, ruota intorno al suo centro di istantanea rotazione  $R$  (v. fig.2.9-1,c): per ogni configurazione del regolatore, la posizione di  $R$  viene individuata dall'intersezione delle normali alle traiettorie (tratteggiate in figura) dei punti  $D$  e  $B$  rispettivamente.

I regolatori a molla sono caratterizzati dalla presenza di una forza antagonista prevalente sulle altre e costituita dalla reazione elastica di una molla.

In linea di principio ogni regolatore a contrappeso può diventare un regolatore a molla: è sufficiente a questo scopo disporre (v. fig.2.9-2,a) una molla elicoidale cilindrica di acciaio  $k$  col suo asse coincidente coll'asse dell'alberino  $a$  del regolatore.

La molla esercita sul collare una spinta  $T$ , diretta verso il basso, pari alla sua reazione elastica, data da:

$$T = T_0 + kz$$

con:

$T_0$  = precarico della molla

$k$  = rigidità della molla

$z$  = spostamento verso l'alto del collare, misurato a partire dalla posizione per la quale risulta  $T = T_0$ .

Per una molla assegnata, cioè per assegnati valori del diametro del tondino, del diametro di avvolgimento, del numero delle spire e della lunghezza libera della molla, resta definito il valore di  $k$ , mentre è possibile aumentare il valore di  $T_0$  e quindi di  $T$ , spostando verso il basso il piattello  $d$  (v. fig.2.9-2,a).

La presenza della molla  $k$  consente, come sarà messo in evidenza nel par.2.14, di variare in maniera molto semplice la velocità di funzionamento media ed il grado di staticità del regolatore: sono queste le caratteristiche positive che all'inizio del secolo hanno portato all'adozione dei regolatori a molla, regolatori, che, abbandonati gli schemi dei regolatori a contrappeso, si sono sviluppati secondo schemi originali.

In fig.2.9-2,b) è riportato lo schema del regolatore a molla di Hartnell ed in fig.2.9-2,c) quello del regolatore Hartung.

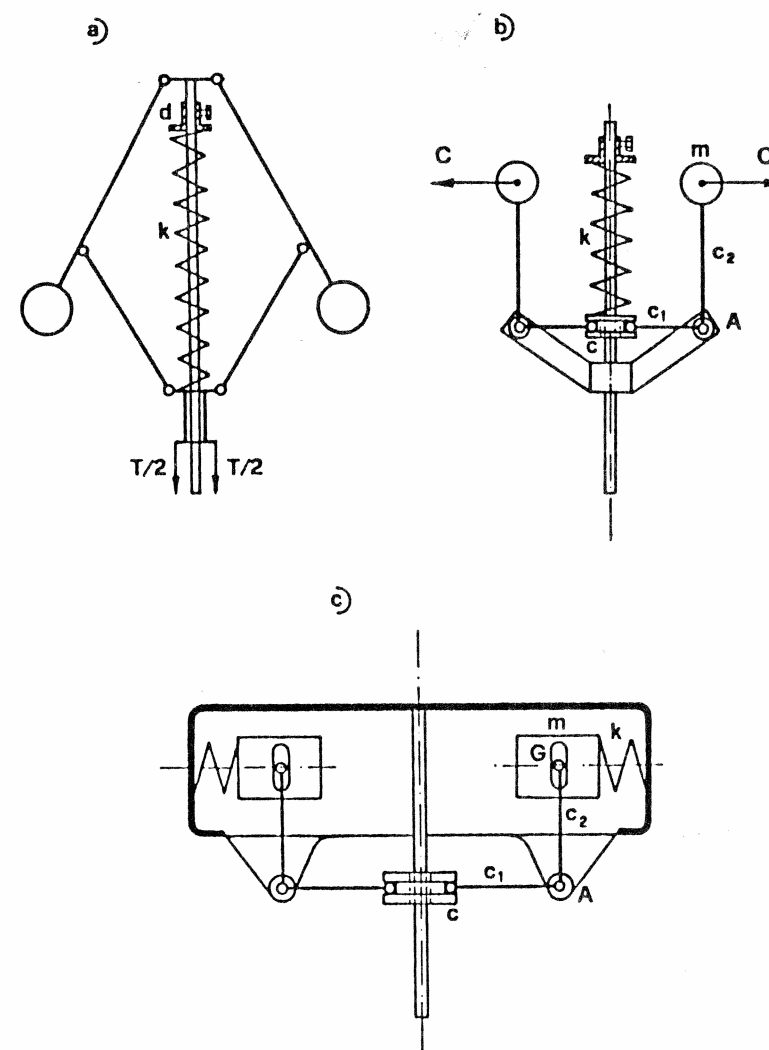


Fig.2.9-2

In entrambi i tipi di regolatori le masse attive  $m$  sono disposte ad una estremità di una leva fulcrata in  $A$  ed avente i due bracci  $c_1$  e  $c_2$  in genere ortogonali.

La forza centrifuga  $C$ , agente sulle masse attive, fa ruotare la leva intorno ad  $A$  e, vincendo la forza antagonista della molla  $k$ , sposta il collare del regolatore.

Nel regolatore Hartung la reazione  $T$  della molla agisce direttamente sulle masse attive: con questa disposizione diminuiscono le forze d'attrito nel fulcro  $A$  e diminuisce quindi il grado di insensibilità del regolatore (v. par.2.16).

## 2.10 Il funzionamento del sistema di regolazione

In fig.2.10-1,a) è schematicamente rappresentato il sistema di regolazione di velocità per un gruppo elettrogeno, costituito da una turbina a vapore  $T$  e da un alternatore  $A$ .

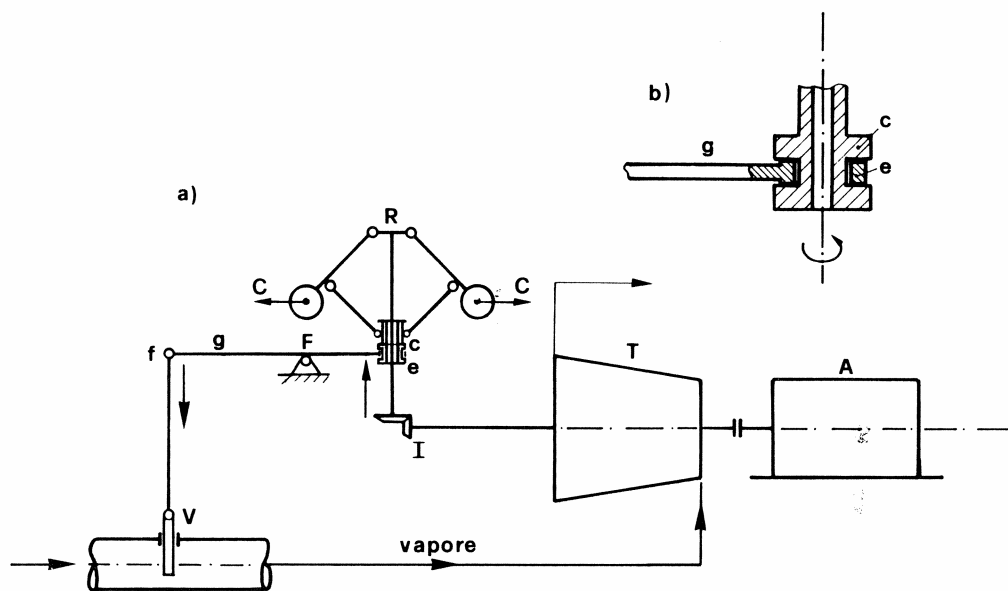


Fig.2.10-1

Il regolatore centrifugo  $R$  è mosso dalla turbina  $T$ , mediante un ingranaggio conico  $I$ ; il collare  $c$  del regolatore, sotto l'azione delle forze centrifughe  $C$ , che agiscono sulle masse attive  $m$ , e delle forze antagoniste del regolatore, assume una posizione che è funzione della velocità angolare dell'alberino  $a$  del regolatore e quindi di quella del gruppo.

Ad un aumento della velocità angolare del gruppo, causato da una diminuzione di carico dell'alternatore, il collare  $c$  del regolatore si sposta verso l'alto e nello stesso verso sposta l'estremità  $e$  di un'asta rigida  $g$ , che è opportunamente collegata al collare.

Il suddetto collegamento è realizzato mediante una coppia rotoidale (vedi par.1.2): in questo modo (v. fig.2.10-1,b) si costringe l'estremità  $e$  di  $g$  a seguire gli spostamenti verticali di  $c$  e si consente il moto rotatorio relativo tra il collare  $c$ , che ruota con l'alberino  $a$ , e l'estremità  $e$  di  $g$ , che non deve partecipare a questo moto del collare.

L'asta  $g$ , fulcrata in  $F$ , sposta a sua volta la valvola  $V$  di regolazione del vapore, in modo da diminuirne la portata.

Per effetto di quest'ultimo intervento il momento motore della turbina diminuisce, adeguandosi al valore del momento resistente e il gruppo raggiunge una nuova condizione di regime ad una velocità angolare più elevata.

Se la velocità angolare del gruppo diminuisce a causa di un aumento del carico dell'alternatore, il collare  $c$  del regolatore si abbassa, determinando una maggiore apertura della valvola  $V$  ed un aumento del momento motore della turbina.

Indicate con  $\omega_{\min}$  ed  $\omega_{\max}$  le velocità angolari minima e massima dell'albero  $a$  del regolatore, corrispondenti alle velocità minima  $n_{\min}$  e massima  $n_{\max}$  del gruppo, la distanza tra le posizioni  $z_{\min}$  e  $z_{\max}$ , che il collare assume in corrispondenza di tali velocità, prende il nome di corsa  $s$  del collare del regolatore:

$$s = z_{\max} - z_{\min}$$

Il collare del regolatore deve essere collegato all'organo che regola il fluido motore in modo che alle posizioni  $z_{\min}$  e  $z_{\max}$  del collare corrispondano le posizioni dell'organo suddetto relative agli estremi,  $M_{m,\max}$  e  $M_{m,\min}$ , del campo di regolazione della macchina motrice.

## 2.11 L'equazione caratteristica di un regolatore centrifugo

Si consideri il regolatore di Watt a due masse attive, rappresentato in fig.2.11-1, si supponga che lungo l'asse del regolatore agisca una molla  $k$  e si indichi con  $T$  la spinta, che essa esercita sul collare.

Presa in considerazione una delle due aste, che portano le masse attive (v. fig.2.11-1), e, tenuto conto che il fulcro  $A$  di tale asta è un punto fisso del regolatore, si assuma questo punto come polo dei momenti delle forze che agiscono sull'asta considerata.

Si tenga conto che la forza peso  $P$  della massa attiva e la forza centrifuga  $C$  agiscono (v. fig.2.11-1) direttamente sull'asta considerata e si indichino con  $p$  e  $c$  i bracci di queste forze rispetto al polo prescelto.



Anche la tensione  $T$  della molla è funzione di  $\theta$ : nel caso in esame (v. fig.2.11-1) risulta infatti:

$$T = T_0 + k(z - z_0)$$

con:

$T_0$  = precarico della molla

$k$  = rigidità

$z_0$  = posizione del collare per  $T = T_0$

$z = z_0 + d(\cos \theta_0 - \cos \theta) + b(\cos \phi_0 - \cos \phi)$

È infine opportuno osservare che nel caso di regolatori, nei quali l'asta presa in esame ed alla quale è solidale una delle masse attive è fulcrata in un punto non fisso del regolatore, si assume, come polo dei momenti, il centro di istantanea rotazione dell'asta stessa: questo è, ad es., il caso del regolatore di Proell, nel quale le aste, alle quali sono solidali le masse attive, sono delle bielle (v. fig.2.9-1,c).

## Esercizio 2.VI

Scrivere l'equazione caratteristica del regolatore di Proell a due masse attive, schematicamente rappresentato in fig.2.VI-1.

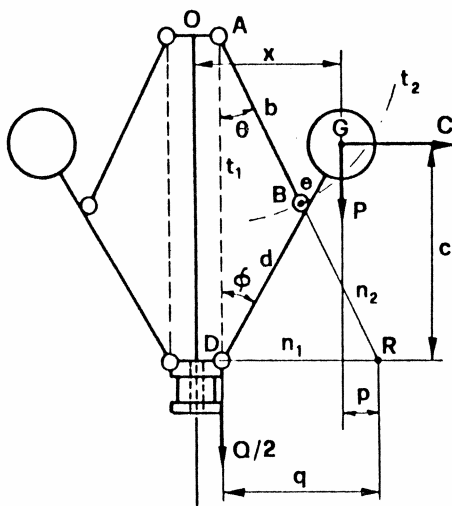


Fig.2.VI-1

## Svolgimento

L'asta  $DG$ , alla quale è collegata la massa attiva  $m$ , è una biella; infatti, durante il funzionamento del regolatore, il punto  $D$  di tale asta descrive la traiettoria rettilinea  $t_1$ , mentre il punto  $B$  della stessa asta descrive una traiettoria circolare  $t_2$  di centro  $A$  e raggio  $AB$ .

Durante il moto del regolatore, l'asta considerata ruota intorno al centro di istantanea rotazione  $R$ , intersezione delle normali  $n_1$  ed  $n_2$  alle traiettorie  $t_1$  e  $t_2$  di  $D$  e  $B$  rispettivamente.

Considerando che la forza peso  $Q/2$  del collare, la forza peso  $P$  della massa attiva  $m$  e la forza centrifuga  $C$  agiscono direttamente sull'asta  $DG$ , l'equilibrio dei momenti di tali forze, calcolati assumendo come polo il centro di istantanea rotazione  $R$ , si scrive, con i simboli riportati in figura:

$$Cc = Pp + Qq/2$$

con:

$$C = (P/g)\omega^2 x$$

Assunta come coordinata lagrangiana l'angolo  $\theta$  che l'asta  $AB$  forma con  $AD$  e ponendo:

$$OA = a; AB = b; BD = d; BG = e; DG = d + e = l$$

si può scrivere:

$$c = l \cos \phi; q = (b \cos \theta + d \cos \phi) \tan \theta;$$

$$p = q - l \sin \phi; x = q + a - p; \phi = \arcsin(b \sin \theta / d)$$

## 2.12 La curva di Tolle: stabilità di un regolatore centrifugo

Si riprenda in esame l'equazione caratteristica (2.11-4):

$$Cc = Qq/n + Pp + Tt/n \quad (2.11-4)$$

Da questa equazione si deduce che:

$$C = (Qq/n + Pp + Tt/n)/c \quad (2.12-1)$$

La (2.12-1) esprime l'equilibrio tra la forza centrifuga  $C$  ed una forza  $F$ , data da:

$$F = (Qq/n + Pp + Tt/n)/c \quad (2.12-2)$$

Questa forza, uguale ed opposta a  $C$ , viene di solito indicata come "forza antagonista": per un assegnato regolatore essa è funzione della configurazione dello stesso e quindi di un'unica coordinata, dal momento che il regolatore è un sistema ad un grado di libertà.

In fig.2.12-1 è riportato il vettore che rappresenta la  $F$  nel caso del regolatore di Watt: in questo caso si può assumere come coordinata lagrangiana l'angolo  $\theta$  ovvero qualsiasi altra coordinata, funzione di  $\theta$ .

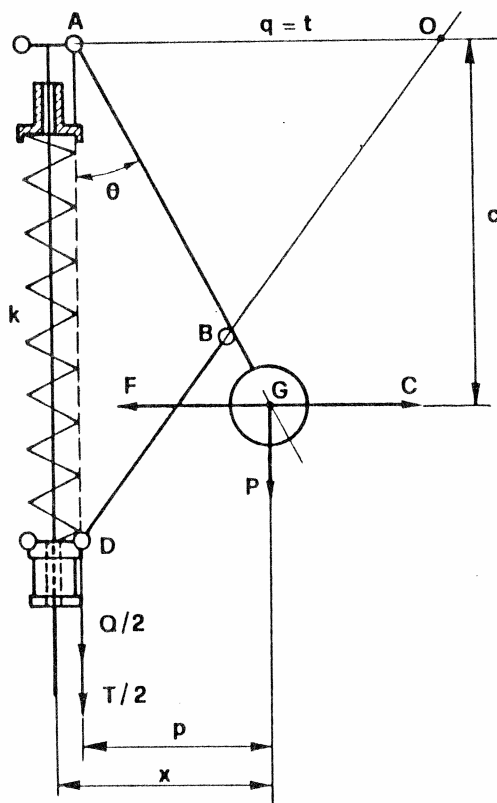


Fig.2.12-1

Se come coordinata si assume la distanza  $x$  della massa attiva dall'asse di rotazione, è possibile tracciare l'andamento della funzione  $F = f(x)$  nell'intervallo che comprende tutti i possibili valori di  $x$ : la curva, che così

si ottiene, prende il nome di diagramma o curva di Tolle e si presenta nel caso più generale come quella riportata in fig.2.12-2.

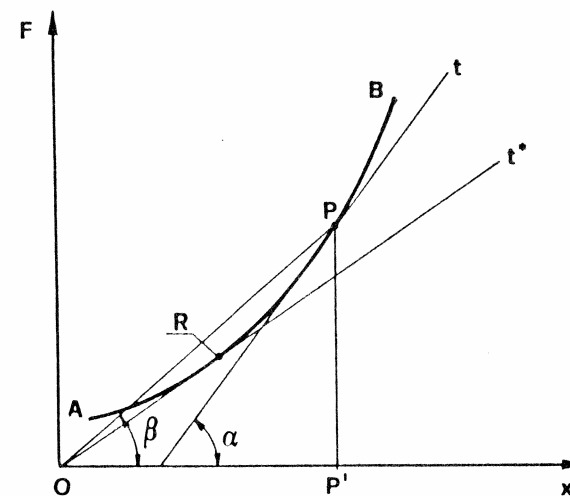


Fig.2.12-2

Una volta che per un dato regolatore è stata tracciata la curva di Tolle, si può determinare facilmente il valore della velocità angolare di regime corrispondente ad ogni valore di  $x$  e quindi ad ogni configurazione di equilibrio del regolatore: infatti, se si congiunge il generico punto  $P$  della curva con l'origine  $O$  degli assi e si indica con  $\beta$  l'angolo che la  $OP$  forma con l'asse delle  $x$ , risulta:

$$\tan \beta = PP'/OP' = F/x = C/x = P\omega^2/g \quad (2.12-3)$$

D'altra parte, essendo noto il valore di  $P$ , dalla (2.12-3) si può ricavare il valore di  $\omega$ .

Oltre lo studio delle condizioni di regime, la curva di Tolle consente di esaminare la stabilità dell'equilibrio che si verifica in ciascuna delle suddette condizioni.

Si consideri ad es. un regolatore di Watt e si supponga che esso stia funzionando in condizioni di regime (v. fig.2.12-1).

Se, ferma restando la velocità angolare del regolatore, si immagina di spostare il collare di una quantità  $dz$ , è necessario che il regolatore abbia l'attitudine a riportare il collare nella posizione iniziale: in questo caso si dirà che il regolatore è stabile nel senso che è stabile l'equilibrio relativo

a quelle condizioni di regime. Se viceversa, in conseguenza dello spostamento  $dz$ , il collare si allontana indefinitamente dalla condizione di regime, si dirà che l'equilibrio del regolatore è instabile; l'equilibrio si dirà infine indifferente se il collare resta nella posizione  $z + dz$ .

Per stabilire la condizione che rende stabile un'assegnata configurazione di equilibrio di un regolatore centrifugo, si consideri che ad uno spostamento  $dz$  del collare corrisponderà uno spostamento  $dx$  delle masse attive: per effetto di questo spostamento la forza centrifuga  $C$ , agente su ciascuna di esse, subirà un incremento  $(P/g)\omega^2 dx$  e la forza  $F$  un incremento  $(dF/dx)dx$ .

A seconda che risulti:

$$(dF/dx)dx \gtrless (P/g)\omega^2 dx \quad (2.12-4)$$

l'equilibrio sarà stabile, indifferente ovvero instabile.

È da osservare che, essendo  $C = F$ , risulta:

$$(P/g)\omega^2 = C/x = F/x$$

La condizione (2.12-4) può quindi scriversi nella forma:

$$dF/dx \gtrless F/x \quad (2.12-5)$$

Si consideri adesso un punto generico  $P$  della curva di Tolle e (v. fig. 2.12-2) si indichi con  $\alpha$  l'angolo che la tangente alla curva in  $P$  forma con l'asse  $x$  e con  $\beta$  l'angolo che la congiungente l'origine  $O$  con  $P$  forma con lo stesso asse.

Poiché risulta:

$$dF/dx = \tan \alpha \quad ; \quad F/x = \tan \beta$$

la condizione (2.12-5) può scriversi:

$$\tan \alpha \gtrless \tan \beta$$

e si può quindi concludere che il punto  $P$  rappresenta una condizione di equilibrio stabile, indifferente, instabile a seconda che risulti:

$$\alpha \gtrless \beta \quad (2.12-6)$$

Per caratterizzare la stabilità di un punto della curva di Tolle si può assumere il rapporto:

$$\lambda = (dF/dx)/(F/x) = \tan \alpha / \tan \beta \quad (2.12-7)$$

A valori di  $\lambda$  positivi e maggiori di 1 corrispondono condizioni di equilibrio stabile.

Condotta inoltre per  $O$  la tangente alla curva ed indicato con  $R$  il punto di tangenza (v. fig. 2.12-2), tale punto divide la curva di Tolle in due tratti, il tratto  $AR$ , costituito da punti di equilibrio instabile, ed il tratto  $RB$ , costituito da punti di equilibrio stabile: è evidente che il funzionamento del regolatore dovrà essere limitato ad un tratto della curva di Tolle compreso nel tratto  $RB$ .

Dall'esame della curva di Tolle si possono trarre altre utili indicazioni.

Così, ad es., in corrispondenza di un tratto molto ripido del tratto utile  $RB$ , caratterizzato quindi da grande stabilità, a grandi variazioni di  $F$  e quindi di  $\omega$  corrispondono piccole variazioni di  $x$  e quindi di  $z$ : ciò sta ad indicare che la stabilità di un regolatore non può essere molto grande; infatti ad alti valori della stabilità corrisponderebbero due effetti negativi e cioè piccoli valori della corsa del collare e valori relativamente grandi del grado di staticità.

Si può adesso dimostrare che non è possibile realizzare un sistema di regolazione, del tipo rappresentato in fig. 2.10-1, capace di mantenere costante la velocità angolare del gruppo (regolazione isocrona).

Infatti per ottenere questo risultato la curva di Tolle del regolatore dovrebbe essere (v. fig. 2.12-3) una retta uscente dall'origine degli assi.

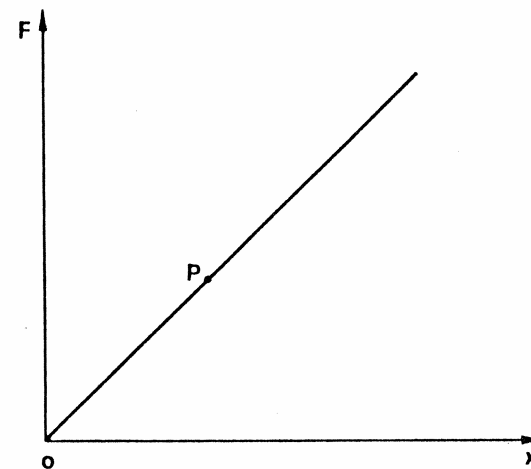


Fig. 2.12-3

In questa ipotesi infatti per ogni punto  $P$  della curva di Tolle risulterebbe:

$$F/x = C/x = (P/g)\omega^2 = \text{cost}$$

e quindi:

$$\omega = \text{cost}$$

Se così fosse però, ogni punto della curva di Tolle configurerebbe una condizione di equilibrio indifferente, risultando:

$$F/x = dF/dx$$

Una regolazione di questo tipo, cioè isocrona, avrebbe un funzionamento inaccettabile, perché ad ogni piccola perturbazione della posizione di equilibrio, a causa della mancanza di stabilità, si ecciterebbero delle ampie e continue oscillazioni del collare, alle quali corrisponderebbe un continuo aprire e chiudere della valvola di regolazione del fluido motore ed una intollerabile oscillazione della velocità angolare del gruppo.

### 2.13 Grado di staticità di un regolatore centrifugo

Una volta tracciata la curva di Tolle (v. fig.2.13-1) e stabilito, sulla base delle considerazioni svolte nel paragrafo precedente, il tratto utile  $HI$  della stessa curva, è possibile determinare il grado di staticità, che il regolatore è in grado di assicurare al gruppo.

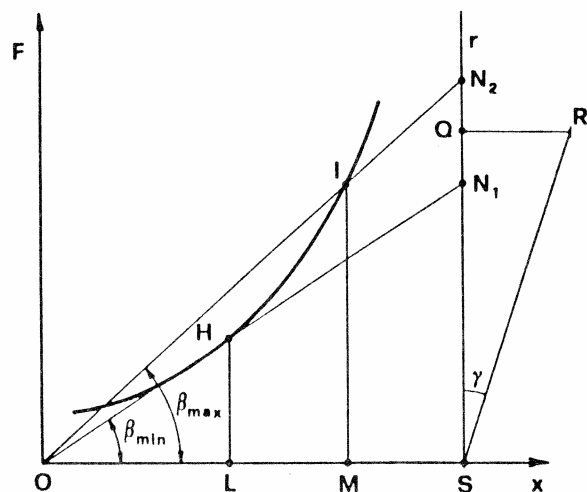


Fig.2.13-1

Condotte per i punti  $H$  ed  $I$  le congiungenti con l'origine  $O$  degli assi, si indichino con  $\beta_{\min}$  e  $\beta_{\max}$  gli angoli che queste congiungenti formano con l'asse delle ascisse.

Dette  $x_{\min}$  ed  $x_{\max}$ , le ascisse dei punti  $H$  ed  $I$ , si indichino con  $L$  e  $M$  i punti dell'asse  $x$ , corrispondenti alle suddette ascisse.

Con le posizioni fatte, si può scrivere:

$$\begin{aligned} \tan \beta_{\min} &= HL/OL = (P/g)\omega_{\min}^2 \\ \tan \beta_{\max} &= IM/OM = (P/g)\omega_{\max}^2 \end{aligned} \quad (2.13-1)$$

Scelto un punto opportuno  $S$  sull'asse delle ascisse, si conduca per  $S$  la normale  $r$  all'asse delle ascisse: siano  $N_1$  ed  $N_2$  le intersezioni di  $r$  con i prolungamenti delle  $OH$  e  $OI$ .

Si potrà così scrivere:

$$\begin{aligned} SN_1 &= OS \cdot \tan \beta_{\min} = OS \cdot (P/g)\omega_{\min}^2 \\ SN_2 &= OS \cdot \tan \beta_{\max} = OS \cdot (P/g)\omega_{\max}^2 \end{aligned} \quad (2.13-2)$$

Si individui adesso sulla retta  $r$  il punto  $Q$  per il quale risulti:

$$SQ = OS \cdot \tan \beta_m = OS \cdot (P/g)\omega^2 \quad (2.13-3)$$

con:

$$\tan \beta_m = (P/g) \cdot \omega^2$$

e:

$$\omega = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$$

Da quanto detto, il grado di staticità  $s$  risulta dato da:

$$s = \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2\omega^2} = \frac{SN_2 - SN_1}{2SQ} \quad (2.13-4)$$

Se infine si riporta da  $Q$  il segmento  $QR$ , normale ad  $r$  e di lunghezza pari a  $N_1N_2$ , e si congiunge  $R$  con  $S$ , indicato con  $\gamma$  l'angolo formato dalla  $SR$  con la  $r$ , il grado di staticità  $s$  sarà dato da:

$$s = \frac{\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2}{2\omega^2} = \frac{QR}{2QS} = \frac{\tan \gamma}{2} \quad (2.13-5)$$

### Esercizio 2.VII

Tracciare la curva di Tolle per il regolatore Hartung, schematicamente rappresentato in fig.2.VII-1.